ESTUDIO COMPARATIVO SOBRE

LA EFICIENCIA PRECISIÓN EXACTITUD Y PERTINENCIA DE LOS MÉTODOS DE BISECCIÓN,

PUNTO FIJO Y NEWTON RAPHSON PARA SOLUCIONAR ECUACIONES NO LINEALES DE UNA VARIABLE

GRUPO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS SIGMA

Héctor Alirio Guerrero
Ignacio David Revelo Vivas
Oscar Mauricio Casanova Coral

SIGMA
Scientific Implementation of General Mathematical Aplications

Héctor Alirio Guerrero
Ignacio David Revelo Vivas
Oscar Mauricio Casanova Coral

SIGMA
Scientific Implementation
of General Mathematical Aplications

Guerrero, Héctor Alirio
Estudio comparativo sobre la eficiencia, precisión, exactitud y pertinencia de los métodos de bisección, punto fijo y Newton Raphson para solucionar ecuaciones no lineales de una variable / Héctor Alirio Guerrero, Ignacio David Revelo Vivas y Oscar Mauricio Casanova Coral. – 1. Ed. Pasto : Editorial Institución Universitaria Centro de Estudios Superiores María Goretti, 2017.
175 p. : il. ; XX cm.

Incluye Bibliografía p. 157-158
Incluye Anexos: p. 159-174
ISBN : 978-958-59979-7-4
DOI: 10.15658/CESMAG17.010704
1. ANÁLISIS NUMÉRICO 2. ECUACIONES 3. TEORÍA DE ECUACIONES 4. PROGRAMAS PARA COMPUTADOR I. Revelo Vivas, Ignacio David II. Casanova Coral, Oscar Mauricio. III. Tít.

CDD 519.4
20. Ed.
CEP - Institución Universitaria Centro de Estudios Superiores María Goretti CESMAG. Biblioteca Remigio Fiore Fortezza.

ESTUDIO COMPARATIVO SOBRE LA EFICIENCIA, PRECISIÓN, EXACTITUD Y PERTINENCIA DE LOS MÉTODOS DE BISECCIÓN, PUNTO FIJO Y NEWTON RAPHSON PARA SOLUCIONAR ECUACIONES NO LINEALES DE UNA VARIABLE

Primera edición, 2017

EDITORIAL
Institución Universitaria CESMAG

Carrera 20ª 14–54, CP: 520003
Tel: +572 – 7216535 Ext. 377
E–mail: editorial@iucesmag.edu.co
Website: www.iucesmag.edu.co/editorial
San Juan de Pasto, Nariño, Colombia

Grupo de investigación en Ciencias Básicas
SIGMA
Departamento de Ciencias Básicas
Carrera 20ª 14–54, CP: 520003
Tel: +572 – 7216535 Ext. 327 - 266
E–mail: haguerrero@iucesmag.edu.co
E–mail: idrevelo@iucesmag.edu.co
E–mail: omcasanova@iucesmag.edu.co
San Juan de Pasto, Nariño, Colombia

ISBN:978-958-59979-7-4

Rector:
Fray Próspero Arciniegas Zaldúa, OFM, Cap

Directora:
María Eugenia Córdoba

Edición:
Emma del Pilar Rojas Vergara
Diego Martínez Hernández

Edición digital

Hecho en Colombia
Made in Colombia

Diseño de cubierta: Carolina Acosta
Diagramación: Carolina Acosta

EDITORIAL
Institución Universitaria CESMAG

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su gratitud a la Institución Universitaria CESMAG y a todas las personas que han contribuido a la edición de esta obra.

De igual manera, a la doctora María Eugenia Córdoba, Vicerrectora de investigaciones y al Ingeniero Armando José Quijano Vodniza, por sus acertadas recomendaciones.

CONTENIDO

LISTA DE CUADROS

LISTA DE FIGURAS

PRÓLOGO

Es de mi agrado presentar esta obra que es producto de los resultados obtenidos en el proyecto de investigación realizado, por los autores que pertenecen al grupo de investigación en Ciencias Básicas SIGMA adscrito al Departamento de Ciencias Básicas de la Institución Universitaria CESMAG, se escribe este libro para realizar una comparación de la eficiencia, precisión, exactitud y pertinencia de los métodos más utilizados para la solución de ecuaciones no lineales, las cuales se las encuentra en una serie innumerable de problemas en la ciencias aplicadas, los autores en su afán de que los lectores tengan una herramienta de aprendizaje, muestran una gran cantidad de ejemplos para la familiarización con los métodos de bisección, punto fijo y de Newton - Raphson, y además se plantean unos ejercicios para que permitan el desarrollo de habilidades en la aplicación de estos procedimientos de solución de las ecuaciones no lineales.

También, cabe destacar el desarrollo de un software que facilita realizar los procesos tediosos de cada uno de los métodos, para encontrar la solución de las ecuaciones no lineales que se plantean, esto permite que los lectores tengan una forma de aplicar estos métodos con gran versatilidad, una gran velocidad para encontrar las raíces con alta precisión.

Por otro lado, el texto se lo ha estructurado de una forma didáctica para que el usuario identifique los tres métodos, estableciendo las características y requerimientos propios de cada método. De igual forma, puede ser consultado por los estudiantes que asuman la cátedra de análisis numérico o métodos numéricos dentro de la ingeniería o áreas afines en un contexto de aplicación.

Ricardo Javier Hernández Revelo
Docente De Ciencias Básicas
Institución Universitaria CESMAG

INTRODUCCIÓN

Las distintas aplicaciones que tiene el análisis numérico en diferentes ramas de las ciencias y sus múltiples aportes en la solución de problemas matemáticos o modelado matemático, que por los métodos analíticos existentes no sería posible solucionar, hacen de esta disciplina una parte del conocimiento que vale la pena ahondar en sus métodos y aportes al saber. Parte de estos métodos es el objetivo de la presente investigación, que compara los métodos de bisección, punto fijo y Newton Raphson en cuanto a eficiencia, precisión, exactitud y pertinencia. Entre las temáticas mencionadas están los métodos para solucionar ecuaciones no lineales univariadas, cuyas características son propias de cada uno, al igual que sus requerimientos para poderse aplicar. Parte de estos métodos son del interés de la presente investigación, que indaga sobre características como: eficiencia, precisión, exactitud y pertinencia.

En el capítulo uno del libro se aclara la diferencia entre el análisis numérico y los métodos numéricos que generalmente suele confundirse y de esta manera apropiar mejor los conceptos de los métodos numéricos.

En el segundo capítulo se describe la metodología de investigación para los métodos analizados, puesto que permite clarificar paso a paso como se va a realizar el estudio comparativo de los métodos de interés para solucionar diferentes tipos de ecuaciones univariadas de una variable real.

En el tercer capítulo se hace una descripción sobre la teoría del error, que está presente en todos los procesos de los métodos numéricos. En este sentido se definen los diferentes tipos de errores, así como las circunstancias que los ocasionan. También se cita lo referente a las cifras significativas y su incidencia en el momento de dar una solución.

INTRODUCCIÓN

El cuarto capítulo inicia con una introducción a la solución de ecuaciones lineales y cuadráticas, resaltando la dificultad que se presenta a la hora de solucionar una ecuación de tercer grado en adelante. De igual forma se define el concepto de raíz de una ecuación y la teoría matemática que acompaña a este concepto, así como las bases fundamentales para la implementación de los diferentes métodos.

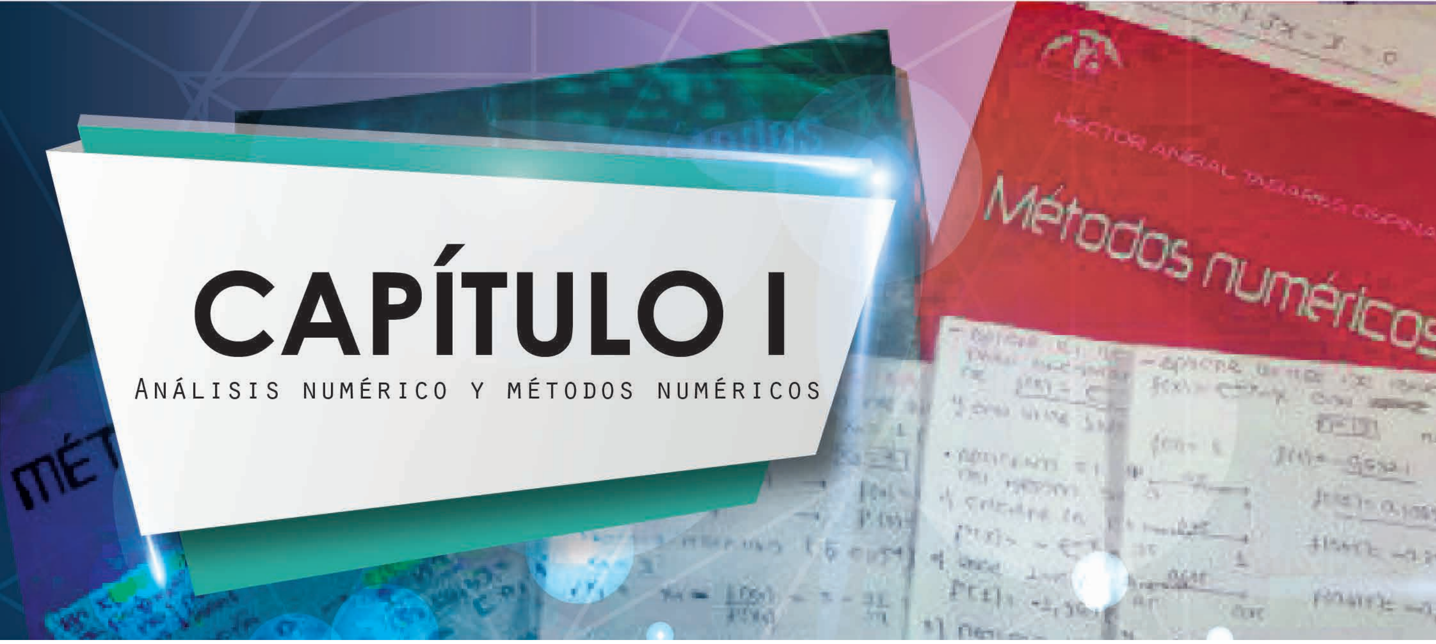
En el quinto capítulo se describe cada uno de los métodos analizados en la investigación, indicando las definiciones y conceptos necesarios, así como los requerimientos de cada método. Por otra parte se presenta el algoritmo matemático correspondiente a cada método, su convergencia, la descripción gráfica, los cálculos obtenidos manualmente y utilizando un software desarrollado durante el proceso de la investigación.

En el sexto capítulo se describe los algoritmos con su implementación desde la programación. Además se presenta la evolución del software del grupo de investigación denominado Thomas Bayes.

En el séptimo capítulo se presenta el análisis de la información obtenida en las pruebas, es decir, la comparación de los métodos teniendo en cuenta las variables consideradas y la operatividad de las mismas. También se hace referencia a las ventajas y desventajas de cada método.

En el octavo capítulo se realizan otros ejercicios para potenciar el software denominado Thomas Bayes, de igual manera se cambia de funciones matemáticas con un grado de dificultad mayor que en los ejemplos planteados en capítulos anteriores, para mirar el comportamiento de cada uno de los métodos.

En el noveno capítulo se plasman las conclusiones de los métodos analizados que son el resultado del estudio comparativo en cuanto eficiencia, precisión, exactitud y pertinencia de cada uno de ellos para la solución de una ecuación de una variable real y por último se formulan algunas recomendaciones necesarias para entrar al mundo de las matemáticas numéricas.



CAPÍTULO I

Análisis numérico y métodos numéricos

DESCRIPCIÓN

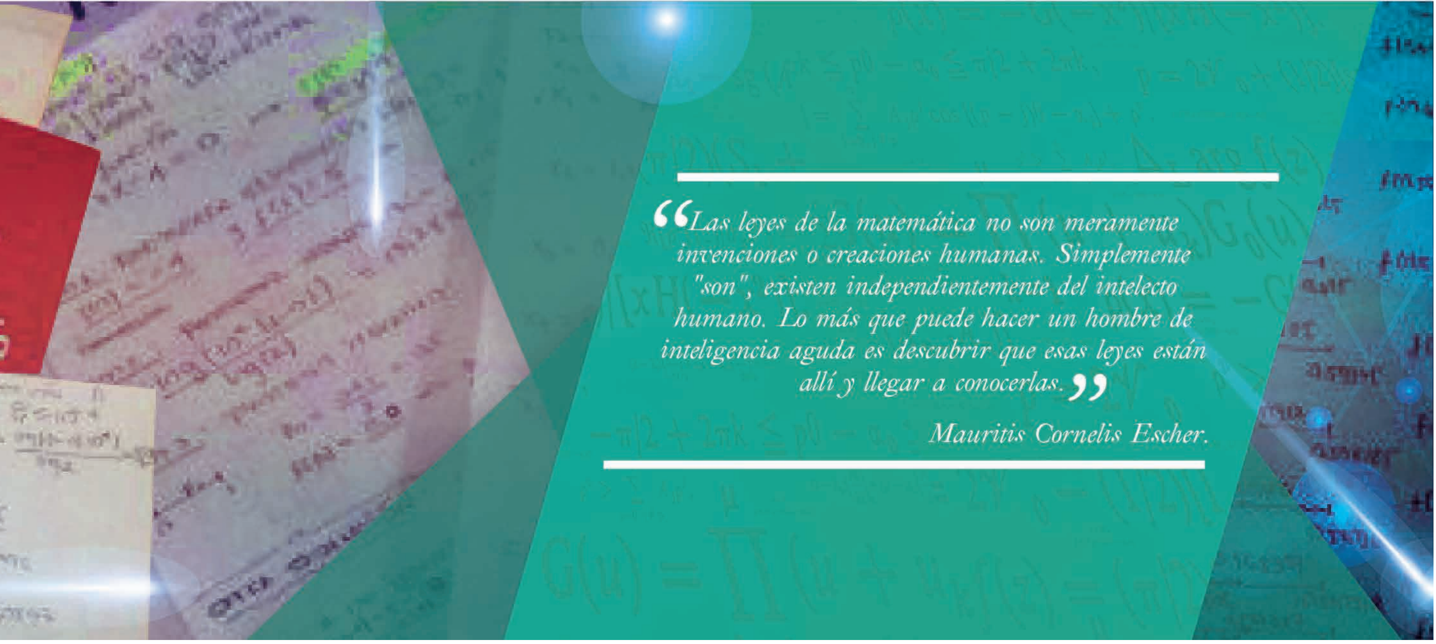
Debido al desarrollo y evolución industrial y tecnológica en pleno siglo XXI, como la multiplicación y la disponibilidad de las computadoras digitales en todo el mundo, han llevado a una verdadera explotación o exploración de nuevos caminos de las matemáticas aplicadas especialmente del análisis numérico, que antes era imposible por sus procesos algebraicos y aritméticos extensos o complicados; pero debido al avance creciente de las computadoras y la disminución de los costos de las mismas ha permitido acceder a la última tecnología para desarrollar matemáticas apoyadas en algoritmos implementados en un software computacional.

Dentro de las matemáticas aplicadas se definen los conceptos fundamentales: análisis numéricos y métodos numéricos, que actualmente se confunden, siendo necesario aclarar las definiciones de cada uno.

1.1 ANÁLISIS NUMÉRICO

El análisis numérico es una herramienta de las matemáticas aplicadas que desarrolla la parte conceptual y analítica de los diferentes métodos, que buscan soluciones aproximadas para la resolución de problemas de diferentes especies, tanto físicas, biológicas, medicas, ciencias administrativas, ingenieriles, matemáticas, entre otras, especialmente encontrar la solución de ecuaciones no lineal aunque no exacta, pero si próxima a la real.

Hoy en día, el análisis numérico cobra especial importancia con la llegada y utilización de las computadoras y calculadoras cada vez más potentes, rápidas y de mayor capacidad de almacenamiento de datos, cualidades que son útiles para el desarrollo de cálculos matemáticos



complejos, pero en última instancia operan con números binarios y operaciones matemáticas simples.

Desde este punto de vista, el análisis numérico proporcionará todo el fundamento matemático necesario para llevar a cabo aquellos procedimientos algebraicos, lógicos y aritméticos, reflejados en la elección del procedimiento y conveniente aplicación del mismo, buscando diseñar métodos para aproximar de una manera más eficiente, las soluciones de problemas expresadas matemáticamente, tales métodos son los algoritmos que permitan su simulación o cálculo en procesos más sencillos, como también su grado de convergencia o divergencia de los algoritmos matemáticos que controla los errores de aproximación que son inseparables de los cálculos numéricos a gran escala. De igual forma, se puede abordar, desde el análisis numérico, la solución de ecuaciones no lineales que no se pueden resolver por los métodos analíticos o exactos.

1.2 MÉTODOS NUMÉRICOS

Según Steven Chapra:

> Los métodos numéricos constituyen técnicas mediante las cuales es posible formular problemas matemáticos, de tal forma que puedan resolverse utilizando operaciones aritméticas. Aunque existen muchos tipos de métodos numéricos, éstos comparten una característica común: invariablemente requieren de un buen número de tediosos cálculos aritméticos. No es raro que con el desarrollo de las computadoras digitales eficientes y rápidas, el papel de los métodos numéricos en la solución de problemas en ingeniería haya aumentado de forma considerable en los últimos años[1].

[1]CHAPRA, Steven. RAYMOND, Canale. Métodos numéricos para ingenieros. 6 ed. México: McGraw–Hill, 2006.p. 27.

Los métodos numéricos son propiamente la aplicación de los algoritmos que se convierten en la técnica para la resolución de problemas como operar sistemas de ecuaciones extensas, no lineales, geometrías complicadas, también en la aplicación de la diferenciación numérica, integración numérica, ecuaciones diferenciales numérica o con métodos numéricos, entre otras. Estas técnicas se implementan en un software licenciado capaz de soportar cualquier algoritmo matemático; pero el uso inteligente de estos programas depende del conocimiento de la teoría básica de los métodos; además hay muchos problemas que no pueden plantearse al emplear programas hechos, y conociendo bien los métodos numéricos se puede diseñar programas propios para no comprar software costoso. De esta manera se aprende a conocer y controlar los errores de aproximación, que son clave para que un algoritmo converja a la solución buscada con el margen de error deseado.

1.3 RELACIÓN ENTRE ANÁLISIS NUMÉRICO Y MÉTODOS NUMÉRICOS

Según Reynaldo Gómez y otros autores dan una definición que permiten diferenciar y establecer la relación entre análisis numérico y métodos numéricos:

> Es obvio que la regla que mejora la aproximación en un ejemplo determinado es muy mala (baja convergencia). Construir y mejorar esa regla es trabajo del análisis numérico; mientras que la propia regla es el método numérico. Por tanto, y debido a que en muchas ocasiones se confunde el análisis numérico con los métodos numéricos, se habrá de decir que: el análisis numérico estudia el error o análisis de convergencia de los métodos que construye, mientras que los métodos numéricos se refiere solamente al algoritmo.

> Así pues, el objeto de estudio del análisis numérico es la construcción y valoración de los métodos numéricos de solución de problemas que tienen como resultado un valor numérico. El método numérico es la regla que mejora la aproximación; pero ¿Qué tan buena es esa regla?, el análisis numérico no solo construye la regla, sino que además analiza qué tan buena es. Si converge, pregunta: ¿Por qué converge?, ¿Cómo puede hacerlo más rápidamente?, etcétera; si no converge se cuestiona: ¿Por qué no converge?, ¿Qué se puede hacer para que converja?, etcétera[2].

Debido a la complejidad y limitación de los procesos analíticos propuestos por la matemática para solucionar ecuaciones no lineales, se han desarrollado, desde el análisis numérico, ciertos métodos numéricos alternativos que gracias al desarrollo tecnológico adquieren mucha importancia en la matemática aplicada. Estos métodos permiten abordar el problema de la solución de ecuaciones no lineales, especialmente las univariadas con distintos procedimientos y condiciones para ser aplicados.

Para solucionar este tipo de ecuaciones desde el análisis numérico, se utilizan diferentes métodos, tales como: El método de bisección, método del punto fijo, método de Newton–Raphson, método de la secante y el método de la falsa posición, entre otros. Éstos métodos proporcionan una solución con cierto grado de aproximación, utilizando en cada uno de ellos un algoritmo determinado por el proceso mismo del método y la ecuación a solucionar.

Por lo anterior se realizó un estudio comparativo de los métodos utilizados en la solución de ecuaciones no lineales, teniendo en cuenta la eficiencia, precisión, exactitud y pertinencia, de acuerdo al tipo de ecuación que se debe solucionar.

[2] GÓMEZ, Reynaldo y otros. Elementos de métodos numéricos para ingeniera. 1 ed. México: McGraw–Hill, 2002.p. 3.